

OLG 模型稳态与转移路径求解 - 以最优房产税研究为例

李博¹

¹ 北京大学经济学院

2026.4.21

研究动机

- 第十三届全国人民代表大会常务委员会第三十一次会议决定：**授权国务院在部分地区开展房地产税改革试点工作。**
 - ▶ 试点效果不理想
 - ▶ 基于试点数据的研究具有一定的局限性
- 10 月 16 日,《求是》杂志发表了习近平总书记重要文章《扎实推动共同富裕》，其中明确提出“**要积极稳妥推进房地产税立法和改革，做好试点工作**”。
 - ▶ 房产税对于共同富裕的作用不明晰

研究问题

研究问题

- 房产税改革的宏观经济影响
- 房产税改革对微观家庭决策的异质性作用
- 最优房产税改革设计

What we do

- 异质性个体
- 不完全市场
- 内生房价与租金的房地产市场
- 贴近现实的财税收支体系

数值实验

- 不同税率的房产税
- 减免方案
- 不同税收替代方案
- 短期效应

- 房产税基本问题及现行政策

房产税功能（陈小安，2011）、国外模式对比与经验借鉴（黄景莉，2013）、地方财政收入来源（韦志超、易纲，2011）

- 房产税与房价

住房价格下降（Zodrow and Miezowski, 1986; Bowman, 2006; 况伟大，2009; 骆永民和伍文中，2012）、差异性变化（Bai et al., 2013; 刘甲炎和范子英，2013; 张平等，2020）

- 房产税与宏观经济效应

收入不平等（张顺明等，2018; Wang et al., 2019）、实体经济（刘友金和曾小明，2018）

- 异质性模型在公共财政的应用

资本税（Conesa et al., 2009; Nakajima, 2010）、收入累进税（Conesa and Kruger, 2006）、遗产税（Cagetti and DeNardi, 2009）、消费税（Conesa et al., 2019）、房产税（Zhu and Johnson, 2019）

主要结论

- 房产税改革将优化居民的资产结构，刺激消费，降低房价并显著的提振实体经济
- 房产税改革在长期带来了显著的福利改善，低收入群体福利改善最明显
- 当存在征收面积减免时，居民更倾向于购买临界面积的房产，穷人更容易买房的同时伴随着消费和福利的下降
- 征收房产税在短期内会带来房价的下降和租金的急剧上升，高财富、高收入、自有房者和中老年人在改革当期存在福利损失

理论模型

人口学特征

包含异质性家庭的 OLG 模型

- 人口结构稳定, 总的人口增长率为 n
- 家庭最多存活 J 期
- 退休年龄为 j_r
- 个体从 j 岁到 $j+1$ 岁的存活率为 ψ_j

劳动收入

$$labor \quad income = w \cdot \epsilon_j \cdot \eta$$

- w : 工资率
- ϵ_j : 年龄为 j 的个体的确定性劳动生产率
- η : 随机的生产率冲击

资产配置

经济体存在两种资产——金融资产 b 和住房资产 h 。金融资产的利率 r 由实物资本的边际回报**内生**决定。住房资产的价格 p_h 由住房市场的供需**内生**决定。

住房资产有以下三个特征：

- 个体购房存在最低门槛 h_{min}
- 个体可以借贷来购买房产，最高的首付比例为 χ
- 而租户不允许借贷
- 个体在改变住房资产头寸的时候需要支付交易成本 $\tau(h, h')$

对冲风险的工具数量小于不确定状态数量：非完备市场

个体偏好

个体的效用来源于非耐用品消费 c 和住房服务 hs

$$u(c, hs) = \frac{\left[(\theta c^v + (1 - \theta) hs^v)^{1/v} \right]^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma}$$

假定

- 一单位的住房资产 h 可以提供一单位的住房服务 hs
- 个体存在遗产动机，遗产以住房资产形式进入效用函数

个体最优化问题：购房者

$$V^o(b, h, \eta, j) = \max_{c, b', h', h_s} \{u(c, h_s) + \beta_j E \psi_j V(b', h', \eta', j+1) + (1 - \psi_j) W(h')\}$$

s.t.

$$(1 + \tau_c) c + b' + p_h h' = (1 + \widetilde{r}) b + (1 - \tau_y) w \epsilon_j \eta -$$

$$T_y((1 - \tau_y) w \epsilon_j \eta) + (1 - \delta_h) h p_h - p_h \tau(h, h') + R t(j) \text{pen} + b e q$$

$$b' \geq -(1 - \chi) h' p_h$$

$$c \geq 0, h' = h_s > 0$$

个体最优化问题：租房者

$$V^r(b, h, \eta, j) = \max_{c, b', hs} \{u(c, hs) + \beta E \psi_j V(b', 0, \eta', j+1) + (1 - \psi_j) W(0)\}$$

s.t.

$$\begin{aligned}(1 + \tau_c) c + b' + p_r hs &= (1 + \tilde{r}) b + (1 - \tau_y) w \epsilon_j \eta \\ -T_y(w \epsilon_j \eta) + (1 - \delta_h) h p_h - p_h \tau(h, 0) &+ Rt(j) pen + beq \\ c, hs, b' &\geq 0\end{aligned}$$

个体比较租房和持有房产的值函数，做出买/租房决策：

$$V(b, h, \eta, j) = \max\{V^o, V^r\}$$

生产部门

非耐用品生产部门利用实物资本和劳动供给生产最终产品 Y 。

$$Y = ZK_Y^\alpha N^{1-\alpha}$$

房屋建筑商利用土地供给和实物资本生产住房 H_{new} 。

$$H_{new} = \kappa_1 K_H^{1-\kappa_2} L^{\kappa_2}$$

房屋中介商从房屋建筑商购买房产，销售给买房子家庭，同时为租房家庭提供租房，其利润最大化问题为：

$$\max_{h, \omega} (1 - \omega)p_h h + \omega \left(1 + \frac{1 - \delta_r}{1 + r} + \left(\frac{1 - \delta_r}{1 + r} \right)^2 + \dots \right) p_r h - p_d h$$

假定房屋中介商没有超额利润：

$$p_h = p_d = \frac{1 + r}{r + \delta_r} p_r$$

政府和社保体系

政府采用现收现付制的社保体系。在每一期，政府通过向未退休个体征收其收入 τ_y 比例的社会保险，来为当期老年人的退休金融资。

政府的财政收入来源于两方面：

- 税收收入，包括对个体征收的资本税、消费税、劳动收入税、房屋的交易税以及本文重点关心的房产税
- 卖地获得的土地出让金 $q \cdot L$

稳态均衡

$s = (b, h, \eta, j)$ 表示个体的状态变量, $\Phi(s)$ 表示稳态分布。给定养老替代率 λ 和政府的税制 $(\tau_b, \tau_c, \tau_0, \tau_1, \tau_2, \tau_h)$, 稳态均衡由个体的值函数 (V, V^o, V^r) 和政策函数 (c, h', b', h_s) 、非耐用品部门的生产计划 (Y, K_Y, N) 、房屋开发商的生产计划 (H_{new}, L, K_H) , 一组价格 (p_h, p_r, p_d, q, r, w) 以及稳态分布 $\Phi \in M$ 构成, 并满足以下条件:

- (1) 给定房价 p_h 、租金 p_r 、利率 r 和工资 w , 值函数和政策函数求解了个体效用最大化问题。
- (2) (r, w) 和 (r, p_d, q) 由代表性非耐用品制造商和房屋建筑商求解利润最大化内生决定。住房资产的价格 p_h 、租金 p_r 以及建筑商销售给房屋中介商的价格 p_d 的关系由住房市场无套利条件和房屋中介商零利润条件决定。

稳态均衡

(3) 市场出清

● 资本市场

$$K' = K'_H + K'_Y = \int b'(s) \Phi(db \times dh \times d\eta \times dj)$$

● 劳动市场

$$N = \int \epsilon_j \eta \Phi(db \times dh \times d\eta \times dj)$$

● 住房市场

$$H'_r + H'_o = (1 - \delta_r) H_r + (1 - \delta_h) H_o + H_{new}$$

$$H'_r = \int_{h'=0} h s(s) \Phi(db \times dh \times d\eta \times dj)$$

$$H'_o = \int h'(s) \Phi(db \times dh \times d\eta \times dj)$$

稳态均衡

- 土地市场

$$L^* = \bar{L}$$

(4) 财政政策

$$G = qL^* + \int \{(\tau_c c(s) + r\tau_b \max(b'(s), 0) + T_y((1 - \tau_y) w\epsilon_j \eta) + p_h \tau(h, h'(s)))\} \Phi(db \times dh \times d\eta \times dj)$$

(5) 社保账户平衡

$$pen = \frac{\lambda w N}{\int \Phi(db \times dh \times d\eta \times (1, \dots, jr - 1))}$$
$$\tau_y w N = pen \int \Phi(db \times dh \times d\eta \times (jr, \dots, J))$$

稳态均衡

(6) 遗产的转移支付

$$\begin{aligned} beq + \int p_h h(s) \Phi(0 \times dh \times d\eta \times 1) = \\ [(1+r) \int (1-\psi_j) b'(s) \Phi(db \times dh \times d\eta \times dj) \\ + (1-\delta_h) p_h \int_{h'>0} (1-\psi_j) h'(s) \Phi(db \times dh \times d\eta \times dj)] / (1+n) \end{aligned}$$

(7) 稳态分布的递推公式

$$\phi(b', h', \eta', j+1) = \psi_j \phi(b, h, \eta, j) Pr(\eta' | \eta) 1_{b'}(b, h, \eta, j) 1_{h'}(b, h, \eta, j)$$

求解方法

核心思想

求解异质性 OLG 模型包括新旧稳态的计算和稳态间转移路径的计算，核心思想包括：

- 求解所有状态 (b, h, η, j) 下个体的值函数 (Value Function) 与决策方程 (Policy Function)
- 从最大年龄个体向最小年龄个体、从最后一期向第一期倒向求解 policy
- 从最小年龄个体向最大年龄个体、从第一期向最后一期正向计算 distribution

稳态求解思路总览

首先我们分析稳态下的求解思路：

- 先猜价格变量，包括利率 r 、房价 p_h 、遗产 beq 、转移支付 Tr （或消费税税率 τ_c 等）
- 倒推求解（Backward Recursion）个体的决策方程
- 从个体初始进入经济体时的分布从前向后求解（Forward Recursion）全部人口的分布
- 根据分布计算总量，比如总产出、资本、消费等
- 判断是否达到市场出清条件，并根据市场供需的缺口更新猜测的价格变量
- 重复上述过程直至达到市场出清的条件

猜价格

根据模型特点，确定初始稳态下要猜解的价格为利率 r 、房价 p_h 、遗产 beq 、消费税税率 τ_c ，其他价格变量如工资 w 、租金 p_r 由模型结构可直接计算。初始赋值的要点：

- 选择离稳态下比较接近的数值或相对符合常识的数值，例如利率猜在 0.05，消费税税率猜在 0.1 左右
- 没有赋值思路-多尝试几个选择，从结果中动态选择合适数值，减少迭代次数

倒推求解

$$V^o(b, h, \eta, j) = \max_{c, b', h', hs} \{u(c, hs) + \beta_j E \psi_j V(b', h', \eta', j+1) + (1 - \psi_j) W(h')\}$$

- 首先，求解最大年龄 J 的个体的选择，因为 Bellman 方程中没有下一期值函数，此时问题转换为静态问题。给定最大年龄个体在 (b, h, η) 上的具体数值，求解消费 c 、持有的住房资产 h' 、持有的金融资产 q' 和住房服务 hs 。代入最优解后就得到了最大年龄个体的值函数。
- 其次，求解 J-1 年龄个体的选择，此时 Bellman 方程中出现年龄为 J 的个体的值函数，我们只需将上一步求得年龄 J 个体的值函数带入 Bellman 方程，动态优化问题又转换成静态优化问题。通过遍历求解，得到 J-1 年龄个体的最优决策以及值函数。
- 最后，从 J-1 不断向前推进，最终得到年龄为 1 的个体的最优决策和值函数。

至此，我们得到了在当前猜测的价格下，所以状态个体的最优决策和值函数。

倒推求解

```
! Maxage
do il = 1, q_grid_size
  do i2 = 1, h_grid_size

    con_r = ((1.0_dp+inter*(1-tauk))*q_grid(il)+phss*(1.0_dp-delta_o-hfun(h_grid(i2), h_grid(i1))*phi)&
      *h_grid(i2)+(ben+beq+tr)*(1.0_dp+g)**(max_age-1))*thetal/(1+tauc)
    hs_r = ((1.0_dp+inter*(1-tauk))*q_grid(il)+phss*(1.0_dp-delta_o-hfun(h_grid(i2), h_grid(i1))*phi)&
      *h_grid(i2)+(ben+beq+tr)*(1.0_dp+g)**(max_age-1))*(1.0_dp-thetal)/pr

    value (il, i2, :, max_age)=utility(con_r, hs_r,0.0_dp,govexpe)
    valuep(il, i2, :, max_age)=marginal_utility(con_r, hs_r,0.0_dp)
```

图：求解最大年龄个体的决策方程

```
do age = max_age-1, 1, -1
  print *, 'age   =', age
!$OMP PARALLEL DO DEFAULT(SHARED) Private(id,ih,v_o,v_r,hprime,qprime,hs,diap_income,con)
  do il =1, q_grid_size
    do i2 =1, h_grid_size
      do z = 1, ns
        income = (1.0_dp+inter*(1-tauk))*q_grid(il)+phss*(1.0_dp-delta_o)*h_grid(i2)+(1.0_dp-
          *produc(z)*ep(age)*wage*(1.0_dp+g)**(age-1)-taxy((1.0_dp-tau)*produc(z)*ep(age)*w
            *(age-1))+agefun(age)*ben+beq+tr+houseprofit)*(1.0_dp+g)**(age-1)

        !value for renter

        call value_rent (value(:, :, :, age+1),valuep(:, :, :, age+1), v_r, q_r, id)

        !value for homeowners

        call value_own2 (value(:, :, :, age+1),valuep(:, :, :, age+1), v_o, q_o, ih)
```


向后演进

$$\phi(B, H, \eta', j+1) = \int_{(b,h,\eta,j): b' \in B, h' \in H} \psi_j \Pr(\eta'|\eta) \phi(db \times dh \times \eta \times j)$$

- 给定个体刚进入经济体时的初始分布
- 根据求解的个体最优决策方程，从最小年龄个体向后演进得到全部人口分布。

向后演进

```
do i4 = 2, max_age
  do i3 = 1, ns
    do i2 = 1, h_grid_size
      do i1 = 1, q_grid_size
        ! call interpolation routine
        call basefun (q_grid, g1(i1, i2, i3, i4-1), vals, inds)
        call basefun (h_grid, g2(i1, i2, i3, i4-1), vals2, inds2)
        ii1 = inds(1)
        ii2 = inds2(1)
        do ii3 = 1, ns !future state
          stationary (ii1, ii2, ii3, i4) = stationary(ii1, ii2, ii3, i4)+ vals(1)*vals2(1)*surv(i4-1)&
            *trans(i3, ii3)*stationary(i1, i2, i3, i4-1)/(1.0+nn)
          stationary (ii1+1, ii2, ii3, i4) = stationary (ii1+1, ii2, ii3, i4) + vals(2)*vals2(1)&
            *surv(i4-1)*trans(i3, ii3)*stationary(i1, i2, i3, i4-1)/(1.0+nn)
          stationary (ii1+1, ii2+1, ii3, i4) = stationary (ii1+1, ii2+1, ii3, i4) + vals(2)*vals2(2)&
            *surv(i4-1)*trans(i3, ii3)*stationary(i1, i2, i3, i4-1)/(1.0+nn)
          stationary (ii1, ii2+1, ii3, i4) = stationary (ii1, ii2+1, ii3, i4) + vals(1)*vals2(2)&
            *surv(i4-1)*trans(i3, ii3)*stationary(i1, i2, i3, i4-1)/(1.0+nn)
        end do ! ii3
      end do ! i1
    end do ! i2
  end do ! i3
end do ! i4
```

图：从前往后推演分布

计算总量

$$K' = \int b'(s) (db \times dh \times d\eta \times dj)$$

$$C = \int c(s) (db \times dh \times d\eta \times dj)$$

$$H'_o = \int h'(s) (db \times dh \times d\eta \times dj)$$

- 根据第二步计算的微观个体决策和第三步推出的微观个体分布情况，汇总得到总量特征

计算总量

```
do i1 = 1, q_grid_size
  do i2 = 1, h_grid_size
    do i3 = 1, ns
      do i4=1, max_age

        qprimeagg = qprimeagg+ stationary(i1, i2, i3, i4)*g1(i1, i2, i3, i4)*(1.0_dp+g)**(1-i4)
        hprimeagg = hprimeagg+ stationary(i1, i2, i3, i4)*g2(i1, i2, i3, i4)*(1.0_dp+ghp)**(1-i4)
        cagg      = cagg  + stationary(i1, i2, i3, i4)*g3(i1, i2, i3, i4)*(1.0_dp+g)**(1-i4)
        hsagg      = hsagg + stationary(i1, i2, i3, i4)*g4(i1, i2, i3, i4)*(1.0_dp+ghp)**(1-i4)
        beqaggq=beqaggq+stationary(i1,i2, i3,i4)*(1.0-surv(i4))*g1(i1,i2, i3,i4)*(1.0_dp+g)**(1-i4)
        beqaggh=beqaggh+stationary(i1,i2, i3,i4)*(1.0-surv(i4))*g2(i1,i2, i3,i4)*(1.0_dp+ghp)**(1-i4)

        if (g2(i1,i2, i3,i4)>h_grid(1) ) then ! share of homeowners, next period
          hoagg = hoagg+stationary(i1,i2,i3,i4)
```

图：结合决策函数和分布计算总量特征

判断市场出清并更新价格

判断市场供需两端是否相等，误差收敛到一定范围。例如，从利率可直接推出资本的需求，是否等于从个体端汇总的资本供给。

- 假若资本供给高于资本需求，那么调低利率，反之亦然
- 假若住房供给高于住房需求，那么调低房价，反之亦然
- 假若政府支出高于政府收入，那么调高税率，反之亦然

更新完价格后，重新进行前述步骤，不断更新价格直至所有市场供需两端误差收敛到指定水平。

转移路径

该类模型还可以研究各经济变量从初始稳态到新稳态的转移路径，包括房价、租金、利率等价格变量，产出、资本、消费等总量变量，以及自有房率、居民福利等变量。研究问题可以包括：

- 短期结构调整与长期经济增长的权衡
- 各异质性人群在改革当期的福利变化
- 人口分布从初始经济到新稳态的变化

转移路径—思路总览

转移路径的解法基于稳态求解的方法，仍然包括猜价格、倒推求解、向后演进、计算总量、判断市场出清并更新价格。最大的区别在于求解稳态是单时点，而求解转移路径是时间序列上的变量。具体而言：

- 区别于求解稳态仅猜某个时点下的价格变量，我们需要猜测整个转移路径上的价格变量。
- 1 期和 T 期分别为初始稳态和新稳态，求解从 $T-1$ 期开始倒推至 2 期。 t 期 j 年龄个体的 Bellman 方程中，未来值函数用的是 $t+1$ 期 $j+1$ 年龄个体的值函数。
- t 期不同状态个体的分布由 $t-1$ 期个体的分布向后演进而来。
- 根据 t 期所有状态个体的决策方程和分布特征，计算 t 期的总量特征。
- 判断整个转移路径上，每期是否达到市场出清条件，并根据市场供需的缺口更新猜测的价格变量。
- 重复上述过程直至达到每期每个市场都出清。

转移路径—倒推求解

```
if (t == lp-1 .and. age < max_age) then ! during the last period of transition, household age < maxage

    !value for renter
    call value_rent (value_ref(:, :, :, age+1), valuep_ref(:, :, :, age+1), v_r, q_r, id)

    !value for homeowners
    call value_own2 (value_ref(:, :, :, age+1), valuep_ref(:, :, :, age+1), v_o, q_o, ih)

else ! t <= lp-2

    !value for renter
    call value_rent (value_trans_1(:, :, :, age+1), valuep_trans_1(:, :, :, age+1), v_r, q_r, id)

    !value for homeowners
    call value_own2 (value_trans_1(:, :, :, age+1), valuep_trans_1(:, :, :, age+1), v_o, q_o, ih)

end if
```

图: 从后向前求解 Ploey

转移路径一向后演进

```
do t = 2,lp-1 ! update 3 to lp
  stationary_t(:, :, :, t+1)=0.0
  do i4 = 2, max_age
    do i3 = 1, ns
      do i2 = 1, h_grid_size
        do i1 = 1, q_grid_size
          ! call interpolation routine
          call basefun (q_grid, g1_t(i1, i2, i3, i4-1,t), vals, inds)
          call basefun (h_grid, g2_t(i1, i2, i3, i4-1,t), vals2, inds2)

          ii1 = inds(1)
          ii2 = inds2(1)

          do ii3 = 1, ns !future state

            stationary_t (ii1, ii2, ii3, i4,t+1) = stationary_t(ii1, ii2, ii3, i4,t+1)+ vals(1)*vals2(1)*surv(i4-1)&
              *trans(i3,ii3)*stationary_t(i1,i2,i3,i4-1,t)/(1.0+nn)
            stationary_t (ii1+1, ii2, ii3, i4,t+1) = stationary_t (ii1+1, ii2, ii3, i4,t+1) + vals(2)*vals2(1)&
              *surv(i4-1)*trans(i3, ii3)*stationary_t(i1,i2,i3,i4-1,t)/(1.0+nn)
            stationary_t (ii1+1, ii2+1, ii3, i4,t+1) = stationary_t (ii1+1, ii2+1, ii3, i4,t+1) + vals(2)*vals2(2)&
              *surv(i4-1)*trans(i3, ii3)*stationary_t(i1,i2,i3,i4-1,t)/(1.0+nn)
            stationary_t (ii1, ii2+1, ii3, i4,t+1) = stationary_t (ii1, ii2+1, ii3, i4,t+1) + vals(1)*vals2(2)&
              *surv(i4-1)*trans(i3,ii3)*stationary_t(i1,i2,i3,i4-1,t)/(1.0+nn)
```

图：从前往后推演分布

参数校准

收入过程

本文使用 CHNS（中国健康与营养调查）1997—2015 年的数据来估计个体的劳动收入过程。

- 首先利用回归的方法估计基于年龄的确定性生产率部分
- 利用上一步回归得到的残差项进行收入随机过程的估计，假设收入的随机项由永久性冲击和暂时性冲击构成。
- 等权重最小距离法估计（equally-weighted minimum distance estimator）持久系数与方差的取值。
- 利用 Tauchen（1986）的方法将上述 AR（1）过程离散为五个状态的马尔科夫（Markov）过程。

参数选取

表: 基准模型的参数取值

参数	描述	取值	盯住目标/来源
人口结构			
n	人口增长率	0	标准化
ψ_j	存活概率	见附录	2010 年第六次人口普查
J	最大年龄	60	人口平均寿命
j_r	退休年龄	40	平均退休年龄
偏好			
$\bar{\beta}$	平均贴现因子	0.969	Heathcote et al.(2010)
$slope_{\beta}$	递减速率	0.998	K/Y
θ	非耐用品消费所占的份额	0.637	H_{new}/Y
σ	相对风险厌恶系数	1.5	Heathcote et al.(2010)
v	非耐用品消费和住房服务之间替代弹性	0	Chen(2010)
w_1	遗产动机系数	10.878	80 岁个体自有房率
w_2	遗产动机系数	11.6	De nardi (2004)
收入过程			
ϵ_j	基于年龄的确定性生产率	见附录	CHNS
ρ	随机生产率冲击的持久性	0.711	CHNS
σ_{ϵ}	随机生产率冲击的方差	0.242	CHNS
实物生产			
α	资本产出弹性	0.5	Bai et al.(2006)
δ_k	实物资本折旧率	0.1	Bai et al.(2006)
Z	全要素生产率	1	标准化

参数选取

表: 基准模型的参数取值

参数	描述	取值	盯住目标/来源
房地产部门			
χ	首付比例	0.5	实际首付比例
δ_h	住房折旧率	0.03	郝前进和陈杰（2012）
κ_2	土地产出弹性	0.438	$L * q / G$
h_{min}	最低购房门槛	25.517	平均自有房率
政府			
τ_c	消费税率	0.150	G / Y
τ_b	资本税率	0.280	严成和龚六堂（2009）
τ_0	劳动收入税率	0.316	个人所得税的税负率
τ_1	劳动收入税率	2.263	个人所得税的税负率
τ_2	劳动收入税率	0.316	个人所得税的税负率
$\bar{L}$	土地供给	1	固标准化
ζ	住房交易税率	0.03	现行契税等
社保账户			
λ	养老金替代率	0.439	林宝（2013）
τ_y	养老金缴存比例	0.185	养老金替代率

模型适应性分析

表: 基本模型与数据的对比结果

变量	基准模型	中国数据
校准变量		
K/Y	3.000	3.000
H_{new}/Y	0.108	0.108
土地出让收入占税收收入比值	0.309	0.309
平均自有房率	0.879	0.879
非校准变量		
C/Y	0.384	0.394
21 岁个体自有房率	0.534	0.556
80 岁个体自有房率	0.859	0.857
60 岁消费/80 岁消费	1.216	1.278
收入的基尼系数	0.425	0.462
平均消费收入比	0.717	0.724
平均消费财富比	0.060	0.060

模型适应性分析

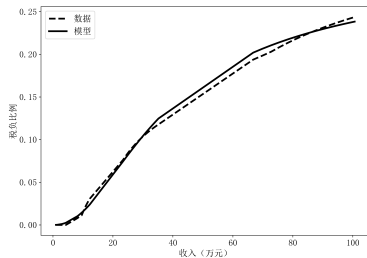


图: 个人收入所得税的税负比例

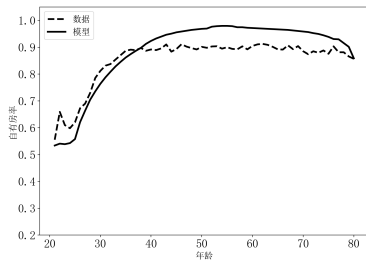


图: 不同年龄个体的自有房率

政策实验

数值实验总览

- 开征房产税的总量与异质性变化
- 房产税与减免试验
- 房产税与其他税种的替代
 - ▶ 劳动收入税
 - ▶ 消费税
 - ▶ 资本收入税
- 房产税的短期效应

房产税：总量变化

变量	初始模型	$\tau_h = 0.005$	0.010	0.015	0.020
利率	0.069	0.067	0.066	0.065	0.063
工资	1.48	1.49	1.51	1.52	1.53
房价	0.297	0.290	0.284	0.277	0.272
租金	0.027	0.028	0.028	0.029	0.029
地价	0.128	0.123	0.118	0.113	0.109
非耐用品消费	1.037	1.044	1.052	1.058	1.064
住房服务	32.76	32.20	31.64	31.12	30.60
自有房率	0.879	0.876	0.875	0.867	0.862
资本	8.108	8.214	8.287	8.407	8.497
实物产出	2.412	2.434	2.453	2.476	2.494
总产出	2.703	2.714	2.722	2.734	2.744
财政收入	0.541	0.580	0.616	0.650	0.680
福利变化（平均，%）		1.45	2.69	3.62	4.38

- **下降：** 利率，房价，地价，自有房率，住房服务等
- **增加：** 工资，租金，非耐用品消费，资本，产出，财政收入，居民福利等

房产税：异质性福利与行为变化

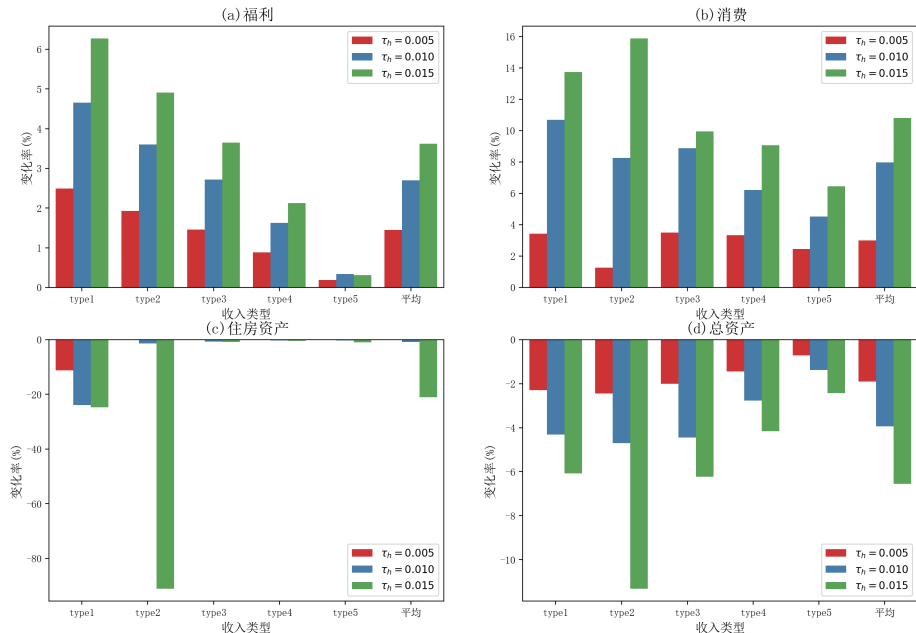


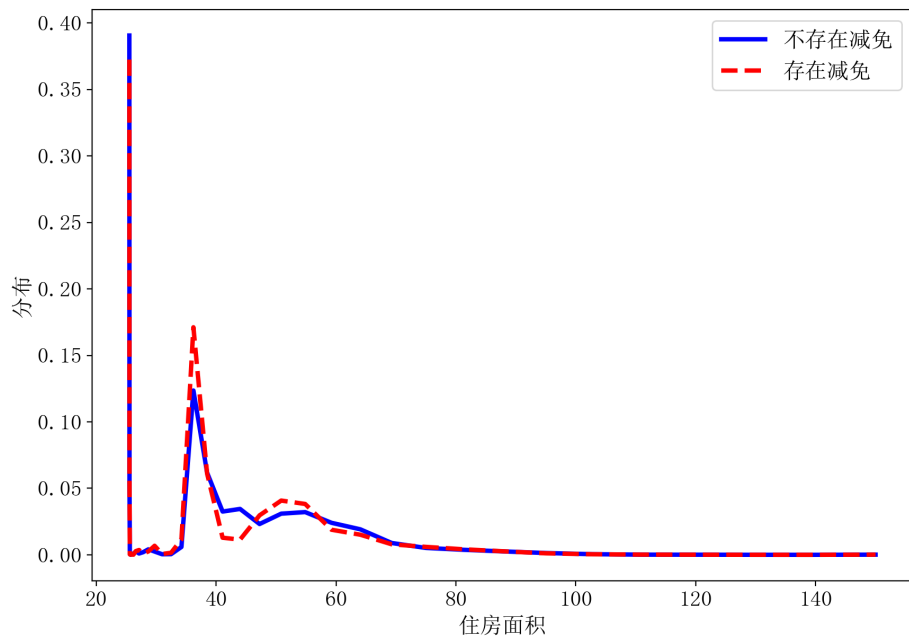
图. 房产税改革的异质性福利与行为变化

房产税减免：总量变化

变量	初始模型	$\tau_h = 0.005$	0.010	0.015	0.020
利率	0.069	0.068	0.068	0.068	0.067
工资	1.48	1.49	1.49	1.49	1.50
房价	0.297	0.293	0.290	0.287	0.285
租金	0.027	0.028	0.028	0.028	0.028
地价	0.128	0.125	0.122	0.120	0.118
非耐用品消费	1.037	1.044	1.050	1.055	1.059
住房服务	32.76	32.37	32.06	31.79	31.54
自有房率	0.879	0.888	0.895	0.900	0.904
资本	8.108	8.134	8.159	8.176	8.193
实物产出	2.412	2.419	2.426	2.431	2.436
总产出	2.703	2.704	2.705	2.706	2.706
财政收入	0.541	0.544	0.546	0.547	0.547
福利变化（平均，%）		0.49	0.89	1.12	1.27

- 存在减免的方案对经济体的影响比没有减免时更小
- 居民的平均自有房率相较没有减免时反而上升

房产税减免：住房面积分布变化



房产税减免：异质性变化

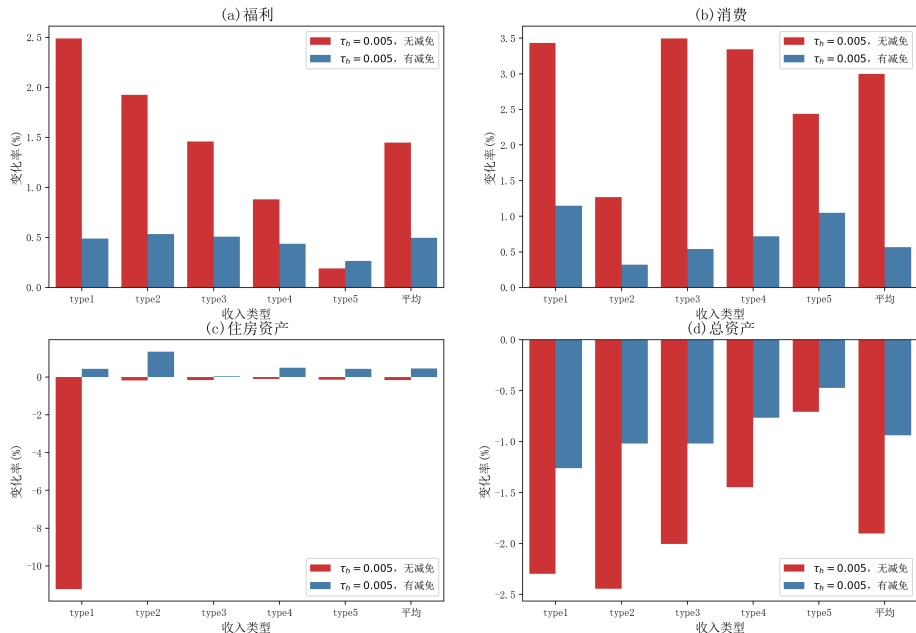


图 房产税改革《世界经济》

房产税替代：异质性变化

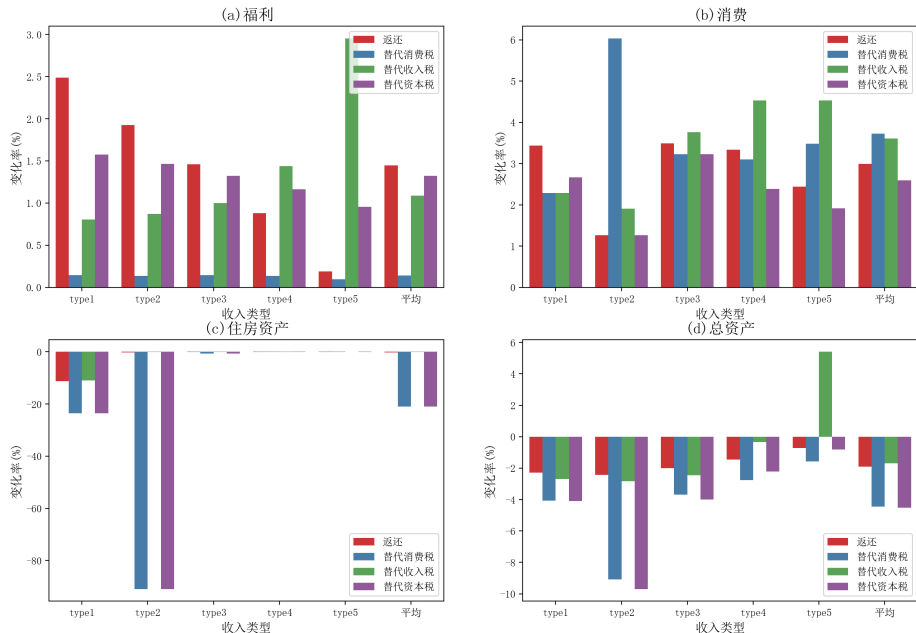
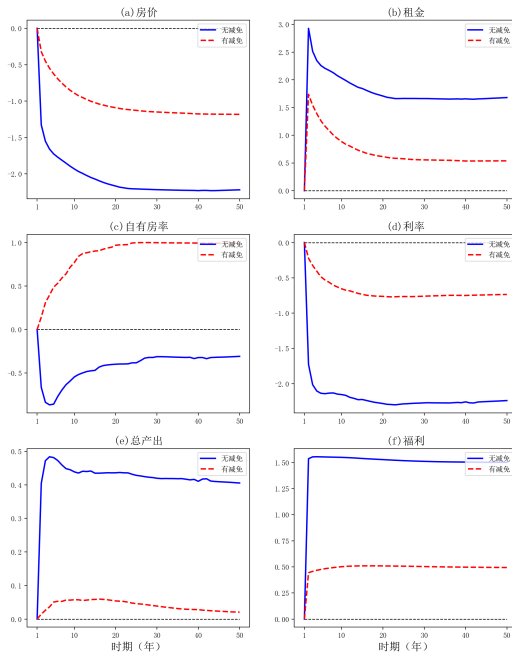
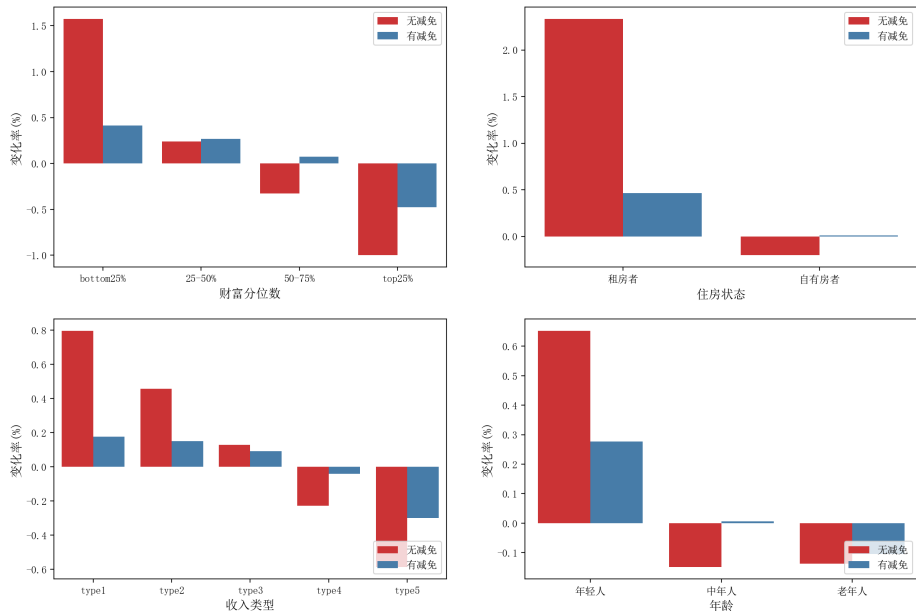


图 不同房产税替代方案的异质性变化

短期效应：各变量在转移路径上的变化



短期效应：福利变化



图：房产税改革当期异质性个体的福利变化

结论

本文通过构建包含异质性家户的世代交叠模型，精准的刻画了微观个体的消费、储蓄和购房行为，复现了中国宏观经济的主要特征。数值实验表明：

- 房产税改革将优化居民的资产结构，刺激消费，降低房价并显著的提振实体经济
- 房产税改革在长期带来了显著的福利改善，低收入群体福利改善最明显
- 当存在征收面积减免时，居民更倾向于购买临界面积的房产，穷人更容易买房的同时伴随着消费和福利的下降
- 征收房产税在短期内会带来房价的下降和租金的急剧上升，高财富、高收入、自有房者和中老年人在改革当期存在福利损失

OLG 模型应用：共有产权房

个体关于住房资产的决策空间从买房或租房两个选择，变为购买完全商品房、购买保障性住房和租房三个选择。本文为刻画严格的转让条件，拓展模型维度，引入住房持有年限作为状态变量。在 t 期个体面临的效用最大化问题有如下递推形式：

$$V_t(b_t, h_t, \eta_t, j, m_t, s_t) = \max_{c_t, b_{t+1}, h_{t+1}, h_{s_t}, m_{t+1}, s_{t+1}}$$

$$\{u(c_t, h_{s_t}) + \beta_j E_t[\psi_j V_{t+1}(b_{t+1}, h_{t+1}, \eta_{t+1}, j+1, m_{t+1}, s_{t+1}) + (1 - \psi_j)W(h_{t+1})]\}$$

s_t 表示是否选择共有产权房的状态变量， $m_t \geq 0$ 刻画了个体持有当前住房的年限。住房持有年限的演化方程为：

$$m_{t+1} = \begin{cases} m_t + 1 & s_{t+1} = s_t \text{ 且 } h_{t+1} = h_t \\ m_t + 1 & s_{t+1} = 0 \text{ 且 } s_t = 1 \text{ 且 } h_{t+1} = h_t \\ 1 & h_{t+1} > 0 \text{ 且 } h_{t+1} \neq h_t \\ 0 & h_{t+1} = 0 \end{cases}$$

OLG 模型应用：共有产权房

假定当 $m_t < J_{limit}$ 且 $s_t = 1$ 时，个体持有的共有产权不能上市转让买卖，要么继续持有现有住房，要么选择增购政府产权，其预算约束方程为：

$$(1 + \tau_c)c_t + b_{t+1} + (\phi(s_{t+1}) - \vartheta)p_t^h h_t = (1 + \tilde{r}_t)b_t + (1 - \tau_{ss})w_t \epsilon_j \eta_t - \delta_h p_t^h h_t \vartheta + Tr_t + Rt(j)pen_t + beq_t - T_y \left((1 - \tau_{ss})w_t \epsilon_j \eta_t \right)$$

本文利用 $\phi(\cdot)$ 函数表示购房产权的比例，当住房状态为共有产权房时赋值为 ϑ ，住房状态为商品房时 ϑ 赋值为1。其他情形下，个体可选择市场化交易共有产权房或商品房：

$$(1 + \tau_c)c_t + b_{t+1} + \phi(s_{t+1})p_t^h h_{t+1} = (1 + \tilde{r}_t)b_t + (1 - \tau_{ss})w_t \epsilon_j \eta_t + beq_t + Tr_t + Rt(j)pen_t - T_y \left((1 - \tau_{ss})w_t \epsilon_j \eta_t \right) + (1 - \delta_h)p_t^h h_t \phi(s_t) - \phi(s_t)p_t^h h_t \tau(h_t, h_{t+1})$$

选择购买商品房的个体的借贷约束方程为：

$$b_{t+1} \geq -(1 - \chi)p_t^h h_{t+1} \phi(s_{t+1})$$

OLG 模型应用：社保设计

- 个体在 $j = J_{R_i} \in J_R$ 时，可以选择退休或者工作，其面临效用最大化问题：

$$V_t(a_t, \eta_t, B_{t-1}^-, j, J_{R_i}) = \max_{c_t, a_{t+1}} \left\{ V_t^{work}, V_t^{retire} \right\} \quad (1)$$

- 如果个体选择工作的优化问题为：

$$V_t^{work}(a_t, \eta_t, B_{t-1}^-, j, J_{R_i}) = \max_{c_t, a_{t+1}} \left\{ U(c_t) + \beta E_t [\varphi_t V_{t+1}(a_{t+1}, \eta_{t+1}, \bar{B}_t, j+1, J_{R_{i+1}})] \right\} \quad (2)$$

st:

$$\begin{aligned} (1 + \tau_c) c_t + a_{t+1} = & (1 + \tilde{r}_t) a_t + (1 - \tau_{ss,t}) w_t \epsilon_j \eta_t (1 - Q(t)) + w_t \epsilon_j \eta_t Q(t) \\ & - T_y((1 - \tau_{ss,t}) w_t \epsilon_j \eta_t (1 - Q(t)) - T_y(w_t \epsilon_j \eta_t) Q(t) + beq_t + Tr \end{aligned} \quad (3)$$

OLG 模型应用：社保设计

- 其中 $Q(t)$ 表示个体是否缴纳养老保险¹, 其总的缴纳年限为 $J_{contrib}$, 缴纳年龄段为 $(J_{R_i} - J_{contrib}, J_{R_i}]^2$, J_{R_i} 表示个体选择的退休年龄:

$$Q(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } j \leq J_{R_i} - J_{contrib} \text{ or } j > J_{R_i} \\ 1 & \text{if } J_{R_i} - J_{contrib} < j \leq J_{R_i} \end{cases} \quad (4)$$

- 参数解释:

- ▶ 其中 a_t 表示资产, $\tilde{r}_t = r_t(1 - \tau_b)$ 表示税后利率;
- ▶ w_t 表示工资率, ϵ_j 表示年龄确定性收入, η_t 表示随机收入冲击;
- ▶ beq_t 表示已故者的遗产被平均分配给个人;
- ▶ τ_b 表示资本税, τ_c 表示消费税, τ_{ss} 表示养老金缴费率;
- ▶ $T_y((1 - \tau_{ss,t}) w_t \epsilon_j \eta_t)$ 表示政府对支付社保后劳动收入征收的所得税;

OLG 模型应用：社保设计

- 在 $j = J_{R_i}$ 时，选择退休的优化问题为：

$$V_t^{retire}(a_t, B_{t-1}^-, \eta_t, j, J_{R_i}) = \max_{c_t, a_{t+1}} \left\{ U(c_t) + \beta E_t [\varphi_t V_t^{retire}(a_{t+1}, \bar{B}_t, \eta_{t+1}, j+1, J_{R_i})] \right\} \quad (5)$$

st:

$$(1 + \tau_c) c_t + a_{t+1} = (1 + \tilde{r}_t) a_t + pen_t + beq_t \quad (6)$$

模型：家户退休选择

● 个体的退休选择路径

- ▶ 当个体处于年龄 $j = J_{R_i} \in J_R$ 时，个体可以选择工作或者退休，其目的为最大化：

$$V_t(a_t, \eta_t, B_{t-1}^-, j, J_{R_i}) = \max_{c_t, a_{t+1}} \left\{ V_t^{work}, V_t^{retire} \right\} \quad (7)$$

- ▶ 如果个体选择工作，那么其需要按顺序递延到下一个目标退休年龄 $J_{R_{i+1}} \in \{J_{R_1}, \dots, J_{R_n}\} > J_{R_i}$ 作为其新的状态变量 $(a_{t+1}, \eta_{t+1}, \bar{B}_t, j+1, \mathbf{J}_{R_{i+1}})$ 。而后在 $j = J_{R_{i+1}}$ 时，继续判断退休或者工作（在年龄 $j = J_{R_n}$ 时，个体只能选择退休）。
- ▶ 如果个体选择退休，那么其退休年龄为 J_{R_i} ，退休年龄状态锁定为 $(a_{t+1}, \eta_{t+1}, \bar{B}_t, j+1, \mathbf{J}_{R_i})$ 。

● 个体退休状态判定

- ▶ 如果 $j < J_{R_i}$ ，则个体处于工作状态
- ▶ 如果 $j = J_{R_i}$ ，则个体处于判断是否需要退休的状态
- ▶ 如果 $j > J_{R_i}$ ，则个体处于退休状态

模型：养老保险缴费准则

- 个体的养老金缴费数额为:

$$T_{ss} = \tau_{ss} B_t \quad (8)$$

- 个体的养老金缴费（相比工资）比率为:

$$\tau_{ss,t} = \frac{\tau_{ss} B_t}{(w_t \epsilon_j \eta_t)} \quad (9)$$

- 其中 B_t 表示个体每一期养老金缴费基数，由上下限 $(\underline{\kappa}, \bar{\kappa})$ 控制:

$$B_t = \begin{cases} \underline{\kappa} \bar{w} & \text{if } (w_t \epsilon_j \eta_t) \leq \underline{\kappa} \bar{w} \\ (w_t \epsilon_j \eta_t) & \text{if } \underline{\kappa} \bar{w} < (w_t \epsilon_j \eta_t) < \bar{\kappa} \bar{w} \\ \bar{\kappa} \bar{w} & \text{if } \bar{\kappa} \bar{w} \leq (w_t \epsilon_j \eta_t) \end{cases} \quad (10)$$

OLG 模型应用：社保设计

- $\bar{w}$ 表示社会在职个体平均工资率，表示为：

$$\bar{w} = \int_{(a, \eta, \bar{B}, j, j \leq J_{R_i})} \Phi(\cdot) \times (w \epsilon_j \eta) d\Phi \quad (11)$$

- 其中 $\Phi(\cdot)$ 表示模型的稳态分布。
- 因此，个体的养老保险平均缴费基数表示为：

$$\bar{B}_{J_{contrib}} = \frac{\sum_{t=J_{R_i}-J_{contrib}}^{J_{R_i}} B_t}{J_{contrib}} \quad (12)$$

模型：养老保险收益准则

- 个体的养老保险由统筹账户和个人账户组成，其计算方式如下：

- ▶ 统筹账户：

$$\text{统筹账户: } pen_{pool} = \bar{w} * \left(1 + \frac{\bar{B}_{J_{contrib}}}{\bar{w}} \right) * J_{contrib} * 1\% * \frac{1}{2} \quad (13)$$

- ▶ 个人账户：

$$\text{个人账户: } pen_{indi} = \left(\sum_{t=J_{R_i}-J_{contrib}}^{J_{R_i}} (B_t * 8\% * (1 + r_{pen}))^{J_{R_i}-t} \right) * \frac{1}{Z} \quad (14)$$

- 个人养老金收益：

$$\text{个人养老保险收益: } pen_t = (pen_{pool} + pen_{indi}) \quad (15)$$

OLG 模型应用：社保设计

- 其中 Z 表示计发月数:³

$$\text{计发月数: } Z = \begin{cases} 139 & \text{if } J_{R_1} = 40 \\ 117 & \text{if } J_{R_2} = 43 \\ 93 & \text{if } J_{R_3} = 46 \end{cases} \quad (16)$$

- 替代率表示个体退休后拿到的退休金相比退休前工资的比例:

$$\text{社会平均替代率: } \bar{\lambda} = \int_{(a, \eta, \bar{B}, j, j=J_{R_i})} \Phi(\cdot) \times \left(\frac{pen}{w \in J_{R_i} \eta} \right) d\Phi \quad (17)$$

谢 谢!